

QUÍMICA

AS QUESTÕES NUMÉRICAS DEVEM SER DESENVOLVIDAS SEQUENCIALMENTE ATÉ O FINAL.

Constantes

Constante de Avogadro (N_A) =	$6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Faraday (F) =	$9,65 \times 10^4 \text{ C mol}^{-1} = 9,65 \times 10^4 \text{ A s mol}^{-1} = 9,65 \times 10^4 \text{ J V}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Volume molar de gás ideal =	22,4 L (CNTP)
Carga elementar =	$1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
Constante dos gases (R) =	$8,21 \times 10^{-2} \text{ atm L K}^{-1} \text{ mol}^{-1} = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} = 1,98 \text{ cal K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Constante gravitacional (g) =	$9,81 \text{ m s}^{-2}$
Constante de Planck (h) =	$6,63 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-1}$
Velocidade da luz no vácuo =	$3,0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Número de Euler (e) =	2,72

Definições

Pressão: 1 atm = 760 mmHg = $1,01325 \times 10^5 \text{ N m}^{-2} = 1,01325 \text{ bar}$

Energia: 1 J = 1 N m = $1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} = 6,24 \times 10^{18} \text{ eV}$

Condições normais de temperatura e pressão (CNTP): 0° C e 760 mmHg

Condições ambientes: 25° C e 1 atm

Condições padrão: 1 bar; concentração das soluções = 1 mol L^{-1} (rigorosamente: atividade unitária das espécies); sólido com estrutura cristalina mais estável nas condições de pressão e temperatura em questão.

(s) = sólido. (l) = líquido. (g) = gás. (aq) = aquoso. (conc) = concentrado. (ua) = unidades arbitrárias.

u.m.a. = unidade de massa atômica. [X] = concentração da espécie química X em mol L^{-1}

$\ln X = 2,3 \log X$

Massas Molares

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g mol^{-1})	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g mol^{-1})
H	1	1,01	S	16	32,06
C	6	12,01	K	19	39,10
N	7	14,01	Cr	24	52,00
O	8	16,00	Fe	26	55,85
Na	11	22,99	Zn	30	65,38
Cl	17	35,45	I	53	126,90

Questão 1. Para uma reação reversível de uma etapa $2A+B \rightleftharpoons C+D$, a constante de velocidade para a reação direta, k_1 , é de $406 \text{ L mol}^{-1} \text{ min}^{-1}$, e a constante de velocidade para a reação inversa, k_{-1} , é de $244 \text{ L mol}^{-1} \text{ min}^{-1}$. A energia de ativação para a reação direta é de $26,2 \text{ kJ mol}^{-1}$ ($E_{a,direta}$), e para a reação inversa é de $42,4 \text{ kJ mol}^{-1}$ ($E_{a,inversa}$).

- Desenhe um diagrama de energia para essa reação, apresentando os valores de (i) ΔE , (ii) $E_{a,d}$, e (iii) $E_{a,i}$.
- Discuta o efeito de elevação da temperatura na constante de velocidade direta (k_1) e inversa (k_{-1}).
- Calcule a constante de equilíbrio (K) e descreva o efeito de elevação de temperatura.

Questão 2. Os biodigestores possibilitam o reaproveitamento de detritos convertendo material orgânico em metano, que é utilizado como combustível em sistemas de geração de energia. Um laticínio utiliza a queima do metano para aquecer $1 \text{ m}^3/\text{h}$ de água, de $25 \text{ }^\circ\text{C}$ a $100 \text{ }^\circ\text{C}$ em uma caldeira que opera a 1 atm . Sabendo-se que 25% do calor produzido no processo é perdido e que, nessas condições, a combustão completa do metano produz água líquida, determine

- a) a entalpia molar da combustão do metano;
- b) a taxa de calor necessária para aquecer a água;
- c) a vazão de metano, em kg/h , que deve alimentar a caldeira.

Dados: $\Delta H_f^\circ(\text{CH}_4(\text{g})) = -17,9 \text{ kcal mol}^{-1}$; $\Delta H_f^\circ(\text{CO}_2(\text{g})) = -94,1 \text{ kcal mol}^{-1}$; $\Delta H_f^\circ(\text{H}_2\text{O}(\text{g})) = -57,9 \text{ kcal mol}^{-1}$;
 $\Delta H_{\text{eb}}^\circ(\text{H}_2\text{O}(\text{l})) = -10,5 \text{ kcal mol}^{-1}$; $c_p^\circ(\text{H}_2\text{O}(\text{l})) = 1 \text{ cal g}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$; $\rho(\text{H}_2\text{O}(\text{l})) = 1 \text{ g cm}^{-3}$

Questão 3. A obtenção de biodiesel a partir de óleos vegetais (triacilgliceróis) é uma alternativa para a produção de combustíveis menos poluentes, sendo possível catalisar a reação com um ácido ou uma base. Escreva a equação química balanceada que representa a reação

- a) de obtenção de triacilglicerol a partir de glicerol e ácido graxo com cadeia alquílica representada por R_1 .
- b) de obtenção de biodiesel a partir do triacilglicerol obtido em (a) e etanol.
- c) paralela e indesejada que poderia ocorrer se, na reação descrita em (b), fosse utilizado hidróxido de sódio como catalisador, tendo também a presença de água na reação.

Questão 4. Uma barra de zinco foi soldada a um tubo de ferro fundido para protegê-lo contra a corrosão, estando ambos enterrados no solo. Sabendo que uma corrente constante de $0,02 \text{ A}$ escoava entre os dois, responda:

- a) Qual é a semirreação que ocorre na superfície da barra de zinco?
- b) Como a reação descrita em (a) atua para proteger o ferro contra corrosão?
- c) Como se chama este sistema de proteção contra a corrosão?
- d) Qual deve ser a massa do metal consumida em 10 anos?

Questão 5. A partir do isótopo x_yA ocorrem três processos sucessivos de decaimento radioativo que levam à formação do isótopo final D. A partir de x_yA há emissão de uma partícula beta, produzindo o nuclídeo B. Este, por sua vez, libera uma partícula beta formando o nuclídeo C. O nuclídeo D é produzido a partir de C por meio de emissão de uma partícula alfa. Escreva as equações nucleares dessas três etapas, fornecendo os números de massa e atômico dos nuclídeos B, C e D em função de x e y. Esboce um gráfico da quantidade de cada nuclídeo em função do tempo até a produção de D e o consumo de todos os demais nuclídeos. Considere que a constante de velocidade é a mesma em todas as etapas.

Questão 6. A reação de isomerização do cis-2-buteno para formar o isômero trans-2-buteno, que é mais estável por 4 kJ mol^{-1} , ocorre em fase gasosa em uma única etapa com energia de ativação de 264 kJ mol^{-1} . Essa reação ocorre de forma muito mais rápida quando assistida por iodo molecular em fase gasosa como catalisador. A lei de velocidade da reação catalisada é dada por

$$\text{velocidade} = k[\text{cis} - 2 - \text{buteno}][\text{I}_2]^{\frac{1}{2}}$$

O mecanismo proposto para a reação catalisada é baseado em cinco etapas:

- I. As moléculas de iodo se dissociam para formar átomos de iodo com energia de dissociação igual a 75 kJ mol^{-1} ;
- II. Um dos átomos de iodo é adicionado a um dos átomos de carbono que tem ligação dupla, quebrando essa ligação para formar uma ligação simples C-C. O sistema molecular formado encontra-se a 118 kJ mol^{-1} acima dos reagentes;
- III. Uma das extremidades da molécula sofre torção livre em relação à outra extremidade. A energia do sistema molecular após a torção continua a 118 kJ mol^{-1} acima dos reagentes;
- IV. O átomo de iodo ligado ao carbono dissocia-se do sistema molecular intermediário e a ligação dupla é formada novamente no isômero trans. Esse processo libera 47 kJ mol^{-1} de energia;
- V. Os átomos de iodo se recombina para formar o iodo molecular, liberando 75 kJ mol^{-1} de energia.

Baseado nessas informações:

- a) esboce em uma mesma figura os perfis de energia para a reação de isomerização do cis-2-buteno com e sem a presença de catalisador. Deixe claro, usando diferentes notações, os dois perfis e os valores das energias envolvidas;
- b) escreva as reações químicas que ocorrem em cada etapa da reação catalisada para formar a reação global.

Questão 7. Considere a conformação estrutural das moléculas 1,3-dietilcicloexano, 1,4-dietilcicloexano e 2,3 diclorobutano. Pedem-se:

- a) Desenhe todas as estruturas conformacionais;
- b) Determine o número de centros quirais em cada molécula;
- c) Identifique todos os pares enantioméricos e os compostos meso, se presentes.

Questão 8. Dicromato de potássio, enxofre e água reagem produzindo hidróxido de potássio, óxido de cromo III e dióxido de enxofre. Para oxidar 96 g de enxofre, são utilizados 50% de dicromato de potássio em excesso. Sabendo que o rendimento da reação é de 80% , determine:

- a) a equação balanceada da reação química;
- b) a massa de dicromato de potássio utilizada;
- c) a massa de dióxido de enxofre produzida.

Questão 9. A produção de borrachas e espumas é comumente realizada pela síntese de poliuretanos. Para tal produção, a polimerização ocorre a partir de um poliálcool e um isocianato.

- a) Apresente a(s) reação(ões) químicas da polimerização e formação de poliuretano a partir de um diálcool e um diisocianato.
- b) A água, quando presente no meio, gera reação(ões) paralela(s) e é determinante na produção de espumas. Apresente essa(s) reação(ões).

Questão 10. Considere a titulação de um ácido por meio da adição de uma base. Calcule o pH inicial e o pH no ponto de equivalência e construa a curva de titulação, ou seja, o gráfico do pH em função da porcentagem de ácido neutralizado. Apresente os cálculos realizados para os três casos. Dados eventualmente necessários: $\log 2 = 0,3$; $\sqrt{2} = 1,4$; $\log 1,4 = 0,14$.

- a) Ácido forte (HCl, $0,1 \text{ mol L}^{-1}$) com uma base forte (NaOH, $0,1 \text{ mol L}^{-1}$);
- b) Ácido forte (HCl, $0,2 \text{ mol L}^{-1}$) com uma base fraca hipotética (XOH, $0,2 \text{ mol L}^{-1}$);
 $K_b(\text{XOH}) = 1,0 \times 10^{-5}$;
- c) Ácido fraco hipotético (HZ, $0,2 \text{ mol L}^{-1}$; $K_a(\text{HZ}) = 1,0 \times 10^{-5}$) com uma base forte (NaOH, $0,2 \text{ mol L}^{-1}$).

FÍSICA

Considere dadas as seguintes constantes físicas e, quando necessário, use estes seus valores bem como a conversão de unidades apresentada:

Aceleração local da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Constante de Boltzmann: $k_B = 1,4 \times 10^{-23} \text{ J/K}$.

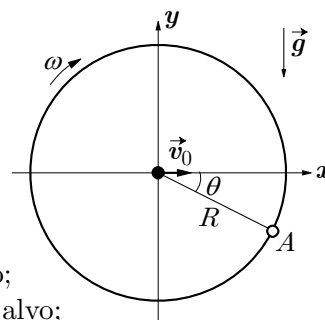
Constante universal dos gases: $R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$.

Densidade da água: $1,0 \text{ g/cm}^3$.

Velocidade da luz no vácuo: $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$.

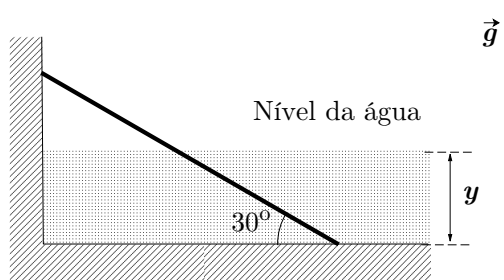
$1,0 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$.

Questão 1. Na figura, o anel de raio R gira com velocidade angular ω constante e dispõe de um alvo pontual A que cruza o eixo x no mesmo instante em que, do centro do anel, é disparado em sua direção um projétil puntiforme com velocidade \vec{v}_0 . Desconsiderando a resistência do ar,

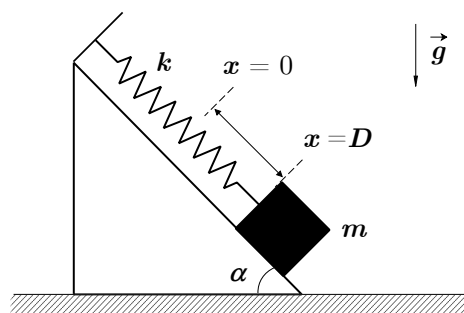


- determine o ângulo θ , em relação ao eixo x , em que o projétil acerta o alvo;
- determine o intervalo de tempo Δt dispendido pelo projétil para acertar o alvo;
- a velocidade angular ω é determinada apenas por θ e Δt ? Justifique.

Questão 2. Uma prancha retangular de espessura uniforme, $5,0 \text{ m}$ de comprimento, $1,5 \text{ g/cm}^3$ de densidade e 10 kg de massa homogeneamente distribuída, é parcialmente submersa na piscina ilustrada na figura, em cuja parede (lisa) se apoia, formando um ângulo de 30° com o piso horizontal, cujo coeficiente de atrito com a prancha é $0,6\sqrt{3}$. Determine para quais alturas y do nível de água a prancha permanece em equilíbrio estático nessa posição.



Questão 3. Uma mola de constante elástica k é presa a um bloco de massa m sobre um plano inclinado de um ângulo α em relação à horizontal, onde interage entre superfícies um atrito de coeficiente μ . Com o bloco deslocado forçadamente para baixo, a mola é distendida até um comprimento $x = D$ da sua posição $x = 0$, quando livre em seu comprimento natural. A partir do repouso, o bloco é então liberado e se inicia um movimento oscilatório. Pedem-se:



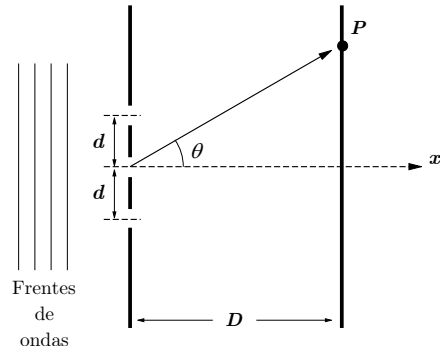
- As possíveis posições finais x_f de parada do bloco após cessar o movimento oscilatório, em função das grandezas intervenientes.
- O gráfico da quantidade de movimento p do bloco em função da coordenada x , considerando o intervalo de tempo compreendido entre o início do movimento e o instante de sua primeira parada.

Questão 4. Um planeta esférico de massa M e raio R gira com velocidade angular constante ao redor de seu eixo norte-sul. De um ponto de sua linha equatorial é lançado um satélite artificial de massa $m \ll M$ sob ação de seus propulsores, que realizam um trabalho W . Em consequência, o satélite passa a descrever uma órbita elíptica em torno do planeta, com semieixo maior $2R$. Calcule:

- A excentricidade máxima da órbita do satélite para que este complete uma volta ao redor do planeta.
- O período de rotação do planeta, levando em conta as grandezas intervenientes, inclusive a constante universal da gravitação G .

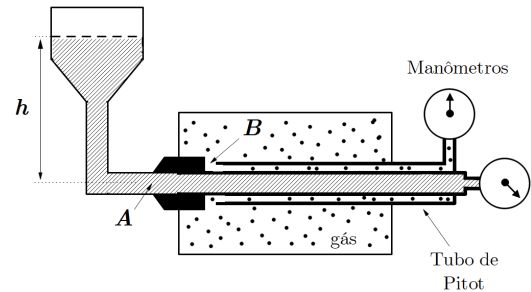
Questão 5. Frentes de ondas planas de luz, de comprimento de onda λ , incidem num conjunto de três fendas, com a do centro situando-se a uma distância d das demais, conforme ilustra a figura. A uma distância $D \gg d$, um anteparo registra o padrão de interferência gerado pela difração da onda devido às fendas. Calcule:

- A razão entre a intensidade da franja clara central e a das franjas claras vizinhas.
- Os ângulos θ_n para os quais ocorrem franjas escuras.



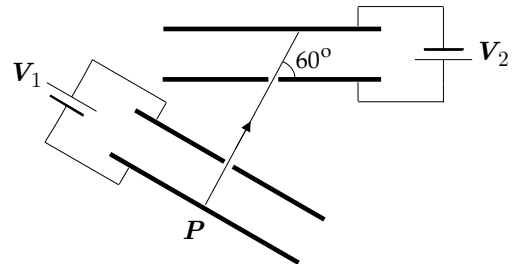
Questão 6. Considere um dispositivo desenvolvido para simular condições de voo em que operam tubos de Pitot para a medição da velocidade de aeronaves. A pressão de estagnação P_A dá-se na entrada A do Pitot, onde se acopla um tubo contendo água cuja superfície livre encontra-se a $h = 60$ cm de altura no interior de um recipiente fechado sujeito a um vácuo parcial de $9,0 \times 10^4$ Pa. Por sua vez, a pressão estática P_B dá-se na entrada B do corpo do tubo de Pitot, imerso numa câmara fechada contendo $\frac{75}{16}$ mols de gás ideal a $T = 27^\circ\text{C}$ que ocupa um volume total de 125 l.

Sendo $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$ a densidade do ar atmosférico, calcule, em km/h, o valor a ser registrado por um velocímetro de aeronave que se baseia na leitura dos manômetros acoplados ao sistema ilustrado abaixo.



Questão 7. De uma altura de 52,5 m é solto um frasco indeformável contendo um gás monoatômico formado de partículas com massa de $4,20 \times 10^{-24}$ g, e de calor específico a volume constante igual a $1,25 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$. Ao atingir o solo, a energia cinética do sistema é dissipada na forma de calor no próprio gás. Para uma temperatura inicial do gás de 16°C , determine a variação da velocidade quadrática média das partículas do gás devida à queda. Se necessário, use a aproximação binomial $(1+x)^n \approx 1+nx$, para $|x| \ll 1$. Desconsidere a massa do frasco.

Questão 8. Um capacitor 1 de placas paralelas está submetido a uma d.d.p. $V_1 = 12 \text{ V}$, e um capacitor 2, idêntico ao primeiro, a uma d.d.p. V_2 . Um elétron em repouso parte do ponto P, atravessa um orifício no primeiro capacitor e adentra o segundo através de outro orifício, a 60° em relação à placa, conforme indica a figura. Desconsiderando a ação da gravidade, determine a d.d.p. V_2 para que o elétron tangencie a placa superior do capacitor 2.



Questão 9. Um sinal luminoso propaga-se no interior de uma fibra óptica retilínea de comprimento $L = 3,00 \text{ km}$, feita de um material com índice de refração igual a 1,50. Considere que a luz no interior da fibra é guiada por meio de sucessivas reflexões internas totais. Sendo a velocidade da luz no vácuo igual a $3,00 \times 10^5 \text{ km/s}$, calcule o tempo de propagação do sinal de ponta a ponta

- se a fibra estiver envolta de ar;
- se o núcleo da fibra estiver envolvido por um revestimento feito de material com índice de refração de 1,45.

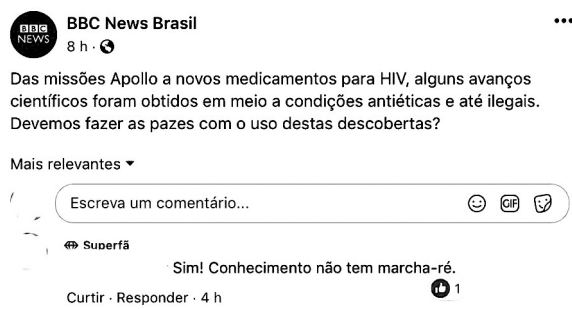
Questão 10. Raios cósmicos interagem com átomos da atmosfera e produzem partículas instáveis X. Por meio de experimentos, constata-se que X decai em uma partícula Y e em um neutrino ν , conforme a equação de decaimento $X \rightarrow Y + \nu$. Considerando desprezível a massa de repouso do neutrino e X inicialmente em repouso, determine a velocidade da partícula Y em termos de c e das massas de X e de Y.

REDAÇÃO

Com base em um ou mais itens da coletânea e em seus conhecimentos, argumente sobre a questão abaixo.

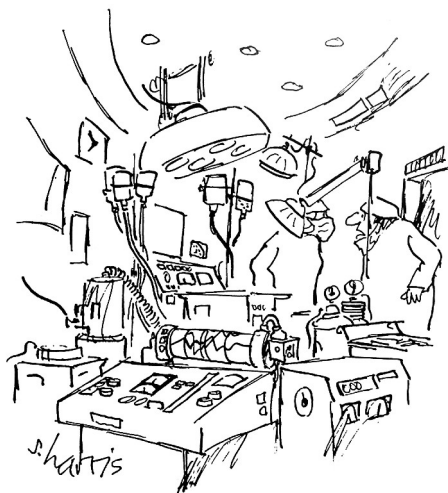
Em que medida o conhecimento tecno-científico segue princípios ético-morais?

Item 1.



Fonte: <https://www.facebook.com/bbcnewsbrasil/posts/10156477015187816>. Publicado em 28/07/2019. Adaptado. Acessado em 28/07/2019.

Item 2.



“Desisto. Onde está o paciente?”

Fonte: Sidney Harris. A ciência ri: o melhor de Sidney Harris. Seleção e tradução Jesus de Paula Assis. São Paulo: Editora UNESP, 2007, p. 61.

Item 3. Em 2015, o cientista Stephen Hawking respondeu a um internauta que lhe perguntara sobre riscos de uma eventual inteligência artificial maligna:

Se as máquinas produzirem tudo de que precisamos, o resultado dependerá de como as coisas são distribuídas. Todo mundo poderá aproveitar uma vida de lazer luxuoso se a riqueza produzida pela máquina for compartilhada, ou a maior parte das pessoas pode se tornar miserável se os donos das máquinas conseguirem se posicionar contra a redistribuição da riqueza. Até agora, a tendência tem sido para a segunda opção, com a tecnologia aumentando a desigualdade.

Apud: <https://olhardigital.com.br/noticia/stephen-hawking-explica-o-risco-da-evolucao-da-inteligencia-artificial/52029>. Publicado em 08/10/2015. Acessado em 17/08/2019.

Item 4. “A França anunciou um Concurso Internacional de Arquitetura para reconstruir a torre central (popularmente conhecida como ‘agulha’ ou ‘flecha’) da Catedral de Notre-Dame de Paris, depois que ela desmoronou em um grande incêndio no dia 15 de abril. O primeiro-ministro francês, Édouard Philippe, disse que o concurso garantirá que o marco arquitetônico danificado receba uma nova torre ‘adaptada às técnicas e desafios de nossos tempos’.

A execução do plano de reconstrução será uma questão de talento. São poucos os especialistas em construção em pedra, mas felizmente, esforços recentes para reconstruir catedrais garantiram um grupo de profissionais habilidosos na área, a partir de reparos como o da Catedral De Nidaros, em Trondheim, na Noruega e a Catedral York Minster, na Inglaterra. Em adição à competência dos profissionais, a reconstrução de Notre-Dame também será beneficiada pela tecnologia moderna. Em 2010, o historiador de arte Andrew Tallon realizou um *scan* a laser do interior da catedral, que fornece uma planta virtual àqueles que irão reconstruir o monumento.



Outros recursos tecnológicos também podem auxiliar a equipe de reconstrução a construir uma estrutura mais forte e resiliente. Ao substituir as estruturas de madeira, os construtores podem considerar utilizar materiais mais modernos para evitar o apodrecimento. Máquinas de roteamento computadorizadas podem duplicar os detalhes complexos de modo que não seria possível décadas atrás. Membros estruturais escondidos podem fortalecer os ‘ossos’ de Notre-Dame. Novas formas de impermeabilização podem oferecer camadas adicionais de proteção.”

Fonte: <https://www.caubr.gov.br/catedral-notre-dame-franca-anuncia-concurso-de-arquitetura-para-reconstruir-torre/>. Publicado em 17/04/2019. Adaptado. Acessado em 20/07/2019.

Fonte das imagens: <https://internacional.estadao.com.br/noticias/geral,de-vista-panoramica-a-teto-de-vidro-saiba-como-os-arquitetos-estao-imaginando-a-nova-notre-dame,70002827347>.

Publicado em 13/05/2019. Acessado em 17/08/2019.

Notações

- \mathbb{N} = {1,2,3,...}: conjunto dos números naturais.
 \mathbb{R} : conjunto dos números reais.
 \mathbb{C} : conjunto dos números complexos.
 i : unidade imaginária, $i^2 = -1$.
 $[a, b]$ = $\{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$.
 \overline{AB} : segmento de reta de extremidades nos pontos A e B .
 $A\hat{O}B$: ângulo formado pelos segmentos \overline{OA} e \overline{OB} , com vértice no ponto O .
 $C \cup D$ = união entre os conjuntos C e D .

Observação: Os sistemas de coordenadas considerados são os cartesianos retangulares.

Questão 1. Seja λ a circunferência que passa pelos pontos $P = (1, 1)$, $Q = (13, 1)$ e $R = (7, 9)$. Determine:

- a) A equação de λ .
- b) Os vértices do quadrado $ABCD$ circunscrito a λ , sabendo que R é o ponto médio de \overline{AB} .

Questão 2. Lançando três dados de 6 faces, numeradas de 1 a 6, sem ver o resultado, você é informado de que a soma dos números observados na face superior de cada dado é igual a 9. Determine a probabilidade de o número observado em cada uma dessas faces ser um número ímpar.

Questão 3. Dizemos que um número natural n é um *cuvo perfeito* se existe um número natural a tal que $n = a^3$. Determine o subconjunto dos números primos que podem ser escritos como soma de dois cubos perfeitos.

Questão 4. Sejam a e b dois números reais. Sabendo que o conjunto dos números reais k para os quais a reta $y = kx$ intersecta a parábola $y = x^2 + ax + b$ é igual a $(-\infty, 2] \cup [6, +\infty)$, determine os números a e b .

Questão 5. Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^6 - 10x^4 - 4x^3 + 25x^2 + 20x + 28$.
a) Determine dois números reais α e β de modo que f possa ser reescrita como $f(x) = (x^3 - 5x + \alpha)^2 + \beta$.
b) Determine o valor mínimo de f .
c) Determine o(s) ponto(s) $x \in \mathbb{R}$ onde f assume seu valor mínimo.

Questão 6. Seja $z \in \mathbb{C}$ uma raiz da equação $4z^2 - 4z \operatorname{sen} \alpha + 1 = 0$, para $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. Determine, em função de α , todos os possíveis valores para:

- a) $2z + \frac{1}{2z}$.
- b) $(2z)^{15} + \frac{1}{(2z)^{15}}$.

Questão 7. Seja H o hexágono no plano de Argand-Gauss cujos vértices são as raízes do polinômio $p(x) = (x - \sqrt{3})^6 + 64$. Determine $z \in \mathbb{C}$ sabendo que o conjunto $M = \{zx \in \mathbb{C} : x \in H\}$ é o hexágono que possui $v_1 = -1 + \sqrt{3}i$, $v_2 = 1 - \sqrt{3}i$ e $v_3 = 5 - \sqrt{3}i$ como três vértices consecutivos.

Questão 8. Considere a circunferência λ de centro O passando por um ponto A . Sejam B um ponto tal que A é o ponto médio de \overline{OB} e M um ponto de λ tal que $A\hat{O}M = 100^\circ$. Seja r a reta tangente à λ passando por M . Seja \overline{DE} a projeção ortogonal dos segmento \overline{AB} sobre a reta r . Determine, em graus, a medida do ângulo $A\hat{E}B$.

Questão 9. Determine todos os números inteiros k entre 0 e 200 para os quais o polinômio $p_k(x) = x^3 - x^2 - k$ possui uma única raiz inteira. Para cada um desses valores de k , determine a raiz inteira correspondente.

Questão 10. Considere uma pirâmide reta P cuja base é um hexágono regular de lado l . As faces laterais dessa pirâmide formam um ângulo diedro de 75° com a base da própria pirâmide. Sabendo que P está inscrita em uma esfera, determine o raio dessa esfera.