

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

VESTIBULAR 2021



2ª FASE

PROVAS DE MATEMÁTICA E QUÍMICA

INSTRUÇÕES

1. O tempo total para resolução das duas provas é de **quatro horas**.
2. Não é permitido deixar o local de exame antes de decorridas **duas horas** do início da prova.
3. Você poderá usar **apenas** caneta esferográfica de corpo transparente com tinta preta, lápis ou lapiseira, borracha, régua transparente e compasso. **É proibido portar qualquer outro material escolar.**
4. O caderno de questões é composto por **10 questões dissertativas** (numeradas de 01 a 10) de Matemática e **10 questões dissertativas** (numeradas de 01 a 10) de Química.
5. Será considerado para correção apenas as resoluções presentes nos espaços destinados para cada questão. Não serão considerados para correção o conteúdo das páginas de rascunho.
6. Você recebeu este **caderno de questões e dois cadernos de soluções** que deverão ser todos devolvidos no final do exame.
7. A **não devolução** do caderno de questões e/ou do caderno de soluções implicará a **desclassificação do candidato**.
8. No dia 22/12/2020 será divulgada a lista dos candidatos habilitados no exame de escolaridade e classificados segundo o número de vagas disponibilizadas para optantes e não optantes ao QOEngo no *site* do ITA (www.vestibular.ita.br).
9. Não é permitido destacar qualquer das folhas que compõem os cadernos de questões ou de soluções.
10. **Aguarde o aviso para iniciar a prova. Ao terminá-la, avise o fiscal e aguarde-o no seu lugar.**

MATEMÁTICA

Notações

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$: o conjunto dos números naturais.

\mathbb{R} : o conjunto dos números reais.

\mathbb{C} : o conjunto dos números complexos.

i : unidade imaginária, $i^2 = -1$.

Observação: Os sistemas de coordenadas considerados são os cartesianos retangulares.

Questão 1. Determine o raio da circunferência circunscrita a um trapézio isósceles cujas bases e altura têm comprimentos 4, 2 e 3, respectivamente.

Questão 2. Determine todos os valores do número real a para os quais a matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & a^3 & -a & 3 & 2 \\ 2 & a^2 & 1 & a^3 & a \\ 0 & 0 & 0 & a & -a^2 \\ -a & 0 & 0 & 0 & 3 \\ a^2 & 0 & 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

é não singular.

Questão 3. O primeiro termo de uma progressão geométrica de números reais é 1 e a soma de seus primeiros 79 termos é igual ao produto de seus primeiros 13 termos. Determine:

- (a) a soma dos 40 primeiros termos;
- (b) o produto dos 7 primeiros termos.

Questão 4. Determine todos os pontos (x, y) que pertencem à circunferência de centro $(5, 0)$ e raio 5, que satisfazem a equação:

$$\sqrt{3x - y - 4} = \sqrt{x^2 - 7x - 5y - 4}.$$

Questão 5. Determine as raízes comuns aos polinômios:

$$p(x) = x^5 + x^4 - 8x^2 - 9x + 15 \quad \text{e} \quad q(x) = 3x^4 + 6x^3 + 13x^2 - 4x - 10.$$

Questão 6. Considere $z = a(\sqrt{3} + i) \in \mathbb{C}$, onde $a \in \mathbb{R}$. Determine todos os números reais a para os quais z^7 e z^{13} estão à mesma distância de z no plano complexo.

Questão 7. Um relógio digital mostra o horário no formato $H : M : S$, onde H é um inteiro entre 1 e 12 representando as horas, M é um inteiro representando os minutos e S é um inteiro representando os segundos, ambos entre 0 e 59. Quantas vezes em um dia (H, M, S) são, nessa ordem, os três primeiros termos de uma progressão aritmética de razão estritamente positiva?

Questão 8. Seja P uma pirâmide regular com base quadrada. Suponha que os centros das esferas inscrita e circunscrita a P coincidam. Determine a razão entre as áreas das esferas circunscrita e inscrita a P .

Questão 9. Sejam $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ tais que $\alpha + \beta + \gamma = -3\pi$, $\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{sen} \beta + \operatorname{sen} \gamma = \frac{1}{2}$ e $\operatorname{cos} \alpha + \operatorname{cos} \beta + \operatorname{cos} \gamma = -\frac{1}{2}$. Determine o valor de $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma$.

Questão 10. Uma moeda é lançada sucessivas vezes até que se tenha a ocorrência de 2 caras. Qual a probabilidade do número total de lançamentos ser par?

QUÍMICA

AS QUESTÕES NUMÉRICAS DEVEM SER DESENVOLVIDAS SEQUENCIALMENTE ATÉ O FINAL.

Constantes

Constante de Avogadro (N_A) =	$6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Faraday (F) =	$9,65 \times 10^4 \text{ C}\cdot\text{mol}^{-1} = 9,65 \times 10^4 \text{ A}\cdot\text{s}\cdot\text{mol}^{-1} = 9,65 \times 10^4 \text{ J}\cdot\text{V}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
Carga elementar =	$1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
Constante dos gases (R) =	$8,21 \times 10^{-2} \text{ atm}\cdot\text{L}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1} = 8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1} = 1,98 \text{ cal}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
Constante de Planck (h) =	$6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Velocidade da luz no vácuo =	$3,0 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Número de Euler (e) =	2,72

Definições

Pressão: $1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 1,01325 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2} = 1,01325 \text{ bar}$

Energia: $1 \text{ J} = 1 \text{ N}\cdot\text{m} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2} = 6,24 \times 10^{18} \text{ eV}$

Condições normais de temperatura e pressão (CNTP): 0°C e 1 atm

Condições ambientes: 25°C e 1 atm

Condições padrão: 1 bar ; concentração das soluções = $1 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ (rigorosamente: atividade unitária das espécies); sólido com estrutura cristalina mais estável nas condições de pressão e temperatura em questão.

(s) = sólido. (l) = líquido. (g) = gás. (aq) = aquoso. (conc) = concentrado. (ua) = unidades arbitrárias.

u.m.a. = unidade de massa atômica. [X] = concentração da espécie química X em $\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

$\ln X = 2,3 \log X$

EPH = eletrodo padrão de hidrogênio

Massas Molares

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ($\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ($\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)
H	1	1,01	Ca	20	40,08
C	6	12,01	Cr	24	52,00
N	7	14,01	Fe	26	55,85
O	8	16,00	Ni	28	58,69
Na	11	22,99	Cu	29	63,55
Mg	12	24,31	Ga	31	69,72
Al	13	26,98	Ag	47	107,87
Cl	17	35,45	Au	79	196,97
S	16	32,06	Pb	82	207,19
K	19	39,10			

Questão 1. Sejam dados os seguintes pares redox e seus respectivos potenciais padrão de eletrodo, a 25 °C.

Semirreação	E° (V versus EPH)	Semirreação	E° (V versus EPH)
$Mg^{2+} + 2e^{-} \rightleftharpoons Mg$	-2,37	$2H^{+} + 2e^{-} \rightleftharpoons H_2$	0,00
$Al^{3+} + 3e^{-} \rightleftharpoons Al$	-1,66	$Cu^{2+} + 2e^{-} \rightleftharpoons Cu$	0,34
$Cr^{3+} + 3e^{-} \rightleftharpoons Cr$	-0,74	$Ag^{+} + e^{-} \rightleftharpoons Ag$	0,80
$Fe^{2+} + 2e^{-} \rightleftharpoons Fe$	-0,44	$O_2 + 4H^{+} + 4e^{-} \rightleftharpoons 2H_2O$	1,23
$Pb^{2+} + 2e^{-} \rightleftharpoons Pb$	-0,13	$Au^{3+} + 3e^{-} \rightleftharpoons Au$	1,50

Com base nessas informações, responda aos itens abaixo sobre a tendência à corrosão de metais em diferentes meios.

- Apresente os elementos metálicos listados na tabela em ordem decrescente (do maior para o menor) de tendência à corrosão.
- Se esses elementos metálicos forem mergulhados em uma solução desaerada de H_2SO_4 a $0,5 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$, quais deles sofrerão corrosão? Justifique.
- Se a solução do item b) for aerada, a tendência à corrosão dos elementos metálicos será alterada? Se sim, quais sofrerão corrosão? Justifique.
- Se os elementos metálicos forem mergulhados em uma solução aquosa desaerada de $NaOH$ a $1 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$, quais deles sofrerão corrosão? Justifique.
- Se a solução do item d) for substituída por uma de $NaOH$ a $0,1 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ e aerada, a tendência à corrosão dos elementos metálicos será alterada? Se sim, quais sofrerão corrosão? Justifique.

Dado eventualmente necessário: $\log 2 = 0,3$.

Questão 2. Três regiões industrializadas apresentaram as seguintes concentrações (em partes por milhão em volume) de óxidos gasosos em suas atmosferas:

Região	Gás(es) presente(s)	Concentração (ppm _v)
R	CO ₂	5,00 × 10 ²
S	NO ₂	4,00
	NO	1,45 × 10 ¹
T	SO ₂	2,00 × 10 ³

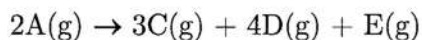
Sabe-se que a chuva ácida se refere à água da chuva com pH menor que 5,6 (equivalente a $[H^+] > 2,5 \times 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$). Considere a pressão atmosférica igual a 1 atm e a formação apenas dos ácidos H₂CO₃, HNO₂ e H₂SO₃ na dissolução dos gases.

- Determine a concentração molar de H⁺ esperada para a água da chuva em cada uma das regiões.
- Organize as regiões em ordem crescente de pH esperado da água da chuva.
- Qual(is) região(ões) pode(m) sofrer os efeitos negativos de uma chuva ácida?

Dados eventualmente necessários: K_H = constante da lei de Henry, K_a = constante de ionização da espécie ácida A formada na solubilização do gás X.

Substância X	K _H (mol·atm ⁻¹ ·L ⁻¹)	K _{a1}	K _{a2}
	X(g) ⇌ X(aq)	HA(aq) ⇌ H ⁺ (aq) + A ⁻ (aq)	HA ⁻ (aq) ⇌ H ⁺ (aq) + A ²⁻ (aq)
CO ₂	0,04	4,5 × 10 ⁻⁷	4,7 × 10 ⁻¹¹
NO ₂	0,01	7,0 × 10 ⁻⁴	—
NO	0,002		
SO ₂	0,04	1,2 × 10 ⁻²	6,6 × 10 ⁻⁸

Questão 3. Um reator químico, projetado com uma válvula de alívio de pressão que é acionada a 8,5 atm, contém uma mistura gasosa composta por quantidades iguais de um reagente (A) e de uma substância inerte (B), a 10 °C e 2 atm. Ao elevar rapidamente a temperatura do reator para 293 °C, o reagente A começa a se decompor de acordo com a seguinte equação estequiométrica genérica:



Sabendo que a velocidade de consumo de A nessa temperatura é dada por $v_A = -0,25 \times (P_A)^0$ (em $\text{atm}\cdot\text{h}^{-1}$), onde P_A corresponde à pressão parcial da substância A, responda:

- Após quanto tempo de reação a válvula de alívio é acionada?
- Quais as pressões parciais de cada espécie (A, B, C, D e E) presente no reator no momento do acionamento da válvula de alívio?
- Assumindo 100% de rendimento da reação, qual a quantidade máxima de mistura gasosa que pode ser adicionada ao reator sem que a válvula de alívio seja acionada?

Questão 4. O poder calorífico é um indicativo do potencial energético dos combustíveis, sendo que a diferença entre o poder calorífico superior (PCS) e o poder calorífico inferior (PCI) equivale à energia necessária para a vaporização da água formada numa reação de combustão completa. Sabe-se que o PCS do metano é $55 \text{ MJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ e do etanol é $30 \text{ MJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ e que a entalpia de vaporização da água é $\Delta H_{\text{vap,H}_2\text{O}} = 44 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$.

- a) Calcule os valores do PCI do metano e do etanol, em $\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$.
- b) Sabendo que o gás natural é composto principalmente por metano e que os outros componentes possuem PCS muito inferiores ao deste gás, estime a porcentagem em massa de metano presente em um gás natural cujo $\text{PCS} = 52 \text{ MJ}\cdot\text{kg}^{-1}$.
- c) Explique por que o PCS do metano é muito superior ao do etanol.

Questão 5. Sulfeto de níquel é pouco solúvel em água, apresentando a constante do produto de solubilidade igual a $K_{ps} = 4 \times 10^{-19}$. Ao adicionar 18,15 g desse sal a 1 L de água e, em seguida, ajustar o pH do meio com adição de ácido sulfúrico, observou-se a solubilização do sal com formação de ácido sulfídrico. Desprezando-se a variação de volume do meio reacional pela adição do ácido e dadas as constantes de ionização do ácido sulfídrico $K_{a1} = 1 \times 10^{-7}$ e $K_{a2} = 1 \times 10^{-14}$, determine:

- a) A constante de equilíbrio K da reação de solubilização do sulfeto de níquel em meio ácido.
- b) A faixa de valores de pH na qual todo o sulfeto de níquel é solubilizado.
- c) A porcentagem de sulfeto de níquel solubilizado quando o pH do meio for 3.

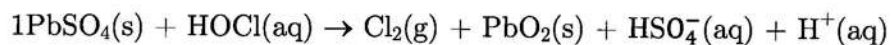
Questão 6. Considere a combustão de um determinado alceno com uma quantidade definida de ar em excesso. Considere, ainda, que o ar é composto apenas por nitrogênio e oxigênio numa proporção molar de 3,76 e que o nitrogênio não sofre oxidação durante a combustão. Para esta reação, determine a porcentagem do(s) gás(es) em cada uma das situações descritas abaixo.

- a) Na combustão incompleta do alceno com ar em excesso, além dos produtos esperados numa combustão completa, há a formação de monóxido de carbono na proporção molar de 1 para 8 em relação ao dióxido de carbono. Além disso, a quantidade em mol de O_2 que sobrou após a reação é igual à de carbono no início da reação. Com base nessas informações, determine a composição percentual aproximada dos gases resultantes da reação, considerando a remoção prévia da água.
- b) Determine o percentual de ar em excesso na reação de combustão completa do alceno.

Questão 7. Responda às seguintes questões:

- a) Sabe-se que a primeira afinidade eletrônica do oxigênio é exotérmica ($-141 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$) e a segunda é altamente endotérmica ($+798 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$). Justifique a razão pela qual a maioria dos compostos iônicos contendo oxigênio são encontrados na forma do ânion O^{2-} .
- b) A primeira energia de ionização para o oxigênio ($1313,9 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$) é menor do que a primeira energia de ionização para o nitrogênio ($1402,3 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$), enquanto um comportamento oposto é observado para a segunda energia de ionização para oxigênio ($3388,3 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$) e nitrogênio ($2856 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$). Justifique esse comportamento.
- c) A primeira energia de ionização para o sódio ($495,8 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$) é consideravelmente maior que a do potássio ($418,8 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$). Um comportamento semelhante pode ser observado para o magnésio ($737,7 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$) e para o cálcio ($589,8 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$). No entanto, essa tendência não é observada para os elementos alumínio ($577,5 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$) e gálio ($578,8 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$). Justifique esses comportamentos.

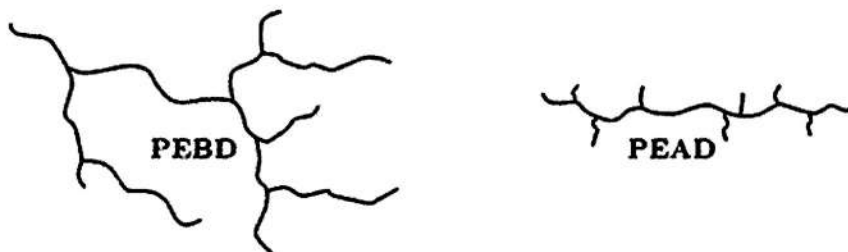
Questão 8. Considere a reação de oxirredução não balanceada de um mol de sulfato de chumbo com ácido hipocloroso, a 25 °C.



Para esta reação, a variação de entalpia padrão é $\Delta H_f^\circ = +19,9$ kJ. Sabe-se que o potencial de eletrodo padrão da espécie que sofre oxidação é +1,63 V e o da espécie que sofre redução é +1,61 V.

- Escreva as semirreações, a reação global balanceada e o potencial padrão da reação global.
- Determine a variação de energia interna da reação (ΔU_f°), considerando comportamento ideal das espécies.
- Justifique termodinamicamente a diferença entre os valores de ΔH_f° e ΔU_f° para a reação acima.

Questão 9. O polietileno é um polímero largamente utilizado devido às suas características estruturais e às suas propriedades. Dependendo das condições reacionais e do sistema catalítico empregado na polimerização, diferentes tipos de polietileno podem ser produzidos. Dois dos principais tipos de polietileno são: polietileno de baixa densidade (PEBD) e polietileno de alta densidade (PEAD), ilustrados abaixo:



- Escreva a fórmula estrutural do monômero do polietileno e também do produto de polimerização com três unidades repetitivas do monômero. Qual é o nome dessa reação de polimerização?
- Como a linearidade da cadeia do polímero afeta sua rigidez? Pelo critério de linearidade, qual dos dois polímeros (PEBD ou PEAD) seria mais rígido?
- Como a cristalinidade de um polímero afeta sua transparência/opacidade? Pelo critério da cristalinidade, qual dos dois polímeros (PEBD ou PEAD) teria maior transparência?

Questão 10. Considere o composto 2,4-pentanodiona.

- a) Escreva, utilizando fórmulas estruturais, a equação química que representa o equilíbrio tautomérico deste composto com a sua forma enólica.
- b) Desenhe as estruturas de ressonância da forma enólica do item a).
- c) Explique por que a 2,4-pentanodiona é um composto ácido.